

Simulare, Bacalaureat, 14 mai 2019
Proba E. c)
Matematică *M_mate-info*
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Filiera teoretică: profilul real, specializarea matematică-informatică

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total obținut pentru lucrare.

SUBIECTUL I

30 puncte

1.	$\frac{5}{3-x} \in \mathbb{N} \Rightarrow (3-x) \in \{1, 5\} \Rightarrow A = \{-2, 2\}$	5p
2.	$x_1 + x_2 = 2m + 3, x_1 x_2 = m^2 + 3m + 2$ $(x_1 - x_2)^2 = x_1^2 + x_2^2 - 2x_1 x_2 = (2m + 3)^2 - 4(m^2 + 3m + 2) = 1$	2p 3p
3.	$2 - x^2 = x \Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0$ Obținem $x_1 = -2, x_2 = 1$ Convine doar $x = 1$	2p 2p 1p
4.	A are $2^7 = 128$ submulțimi Numărul submulțimilor cu cel mult două elemente este egal cu $C_7^0 + C_7^1 + C_7^2 = 29$ $P = \frac{29}{128}$	1p 2p 2p
5.	Coordonatele mijlocului segmentului AB sunt $\left(\frac{3}{2}, \frac{5}{2}\right)$ Panta dreptei AB este $-1 \Rightarrow$ panta mediatoarei este egală cu 1 Ecuația mediatoarei este $y - \frac{5}{2} = 1 \cdot \left(x - \frac{3}{2}\right)$	1p 2p 2p
6.	$m(\sphericalangle C) = 30^\circ \Rightarrow \frac{AB}{\sin C} = \frac{BC}{\sin A} \Rightarrow \frac{5\sqrt{2}}{\frac{1}{2}} = \frac{BC}{\frac{\sqrt{2}}{2}}$ Obținem $BC = 10$	3p 2p

SUBIECTUL II

30 puncte

1. a)	$\det A = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & m \end{vmatrix} =$	2p
	$= 3m - 6$	3p
b)	Sistemul are soluție unică $\Leftrightarrow \det A \neq 0$, adică $m \in \mathbb{R} \setminus \{2\}$	5p
c)	$\det A = 0$ și $\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} \neq 0$, deci matricea sistemului are rangul 2	1p
	$z = \alpha \Rightarrow x = -\alpha, y = -\alpha$	1p
	$x_0^2 + y_0^2 + z_0^2 = 3 \Rightarrow \alpha^2 = 1 \Rightarrow \alpha \in \{-1, 1\}$	2p
	Soluția este $(x_0, y_0, z_0) = (1, 1, -1)$	1p
2. a)	$f(1) = 0 \Leftrightarrow 1^3 + 2 \cdot 1^2 + a \cdot 1 + 1 = 0$	2p
	$a = -4$	3p
b)	$a = 2 \Rightarrow f = X^3 + 2X^2 + 2X + 1$ și câtul este $X + 1$	3p
	Restul este 0	2p
c)	$x_1 x_2 x_3 = -1$ și $ x_1 = x_2 = x_3 \Rightarrow x_1 = x_2 = x_3 = 1$	2p
	Deoarece f are cel puțin o rădăcină reală, una dintre rădăcini este 1 sau -1	1p
	Dacă $x_1 = -1 \Rightarrow f(-1) = 0 \Rightarrow a = 2$, care convine, deoarece $ x_2 = x_3 = 1$	1p
	Dacă $x_1 = 1 \Rightarrow f(1) = 0 \Rightarrow a = -4$, care nu convine, deoarece $ x_2 \neq x_3 $	1p

SUBIECTUL III

30 puncte

1. a)	$f'(x) = -\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{x\sqrt{x}} \cdot \ln x + \frac{1}{\sqrt{x}} \cdot \frac{1}{x} =$	3p
	$= -\frac{\ln x}{2x\sqrt{x}} + \frac{1}{x\sqrt{x}} = \frac{2 - \ln x}{2x\sqrt{x}}$	2p
b)	Tangenta la graficul funcției f în punctul $(a, f(a))$ este perpendiculară pe axa Oy	3p
	$\Leftrightarrow f'(a) = 0$ $2 - \ln a = 0 \Leftrightarrow a = e^2$	2p
c)	$f'(x) > 0$, pentru orice $x \in (0, e^2) \Rightarrow f$ este strict crescătoare pe $(0, e^2)$	2p
	$0 < 2 < 3 < e^2 \Rightarrow f(2) < f(3) \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} \ln 2 < \frac{1}{\sqrt{3}} \ln 3 \Rightarrow 2^{\sqrt{3}} < 3^{\sqrt{2}}$	3p
2. a)	$\int_0^1 (x^2 + 2x + 2) dx = \left(\frac{x^3}{3} + 2 \cdot \frac{x^2}{2} + 2x \right) \Big _0^1 =$	3p
	$= \frac{1}{3} + 1 + 2 = \frac{10}{3}$	2p

b)	$I_{n+1} + 2I_n + 2I_{n-1} = \int_0^1 \frac{x^{n+1} + 2x^n + 2x^{n-1}}{x^2 + 2x + 2} dx =$	2p
	$= \int_0^1 \frac{x^{n-1}(x^2 + 2x + 2)}{x^2 + 2x + 2} dx = \int_0^1 x^{n-1} dx = \frac{x^n}{n} \Big _0^1 = \frac{1}{n}$	3p
c)	$\frac{x^n}{5} = \frac{x^n}{1^2 + 2 \cdot 1 + 2} \leq \frac{x^n}{x^2 + 2 \cdot x + 2} \leq \frac{x^n}{x^2 + 2 \cdot x^2 + 2 \cdot x^2} = \frac{x^{n-2}}{5}, n \geq 3, x \in (0,1)$	2p
	Obținem $\int_0^1 \frac{x^n}{5} dx \leq I_n \leq \int_0^1 \frac{x^{n-2}}{5} dx$ sau $\frac{1}{5(n+1)} \leq I_n \leq \frac{1}{5(n-1)}$ sau $\frac{n}{5(n+1)} \leq nI_n \leq \frac{n}{5(n-1)}$	2p
	Din $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{5(n+1)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{5(n-1)} = \frac{1}{5} \Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} nI_n = \frac{1}{5}$	1p