

Simulare, Bacalaureat, 12 decembrie 2018

Proba E. c)

Matematică *M_mate-info*

BAREM DE EVALUARE ȘI NOTARE

Filiera teoretică: profilul real, specializarea matematică-informatică

• Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător. • Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

• Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total obținut pentru lucrare.

SUBIECTUL I

30 puncte

1.	$2 < \sqrt{5}$ $2 > \log_3 4$ $\Rightarrow 2 \in (\log_3 4, \sqrt{5})$	2p 2p 1p
2.	$x_1 + x_2 = -1, x_1 x_2 = -1 \Rightarrow x_1^2 + x_2^2 = 3$ $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} = \frac{x_1^2 + x_2^2}{x_1 x_2} = -3 \in \mathbb{Z}$	2p 3p
3.	$x = 6(\sqrt{x-2} - 1) \Rightarrow x + 6 = 6\sqrt{x-2} \Rightarrow$ $x^2 - 24x + 108 = 0 \Leftrightarrow x \in \{6, 18\}$ Ambele numere verifică ecuația inițială	1p 3p 1p
4.	Submulțimile cerute sunt de forma $\{1, a, b\}, a, b \in \{2, 3, 4, \dots, 10\}$ Sunt $C_9^2 = 36$ submulțimi	2p 3p
5.	$G\left(\frac{x_A + x_B + x_C}{3}, \frac{y_A + y_B + y_C}{3}\right) = G(1, 2)$ $OG: \frac{x}{1} = \frac{y}{2} \Leftrightarrow y = 2x$	2p 3p
6.	$\sin a + \cos a = \frac{1}{3} \Rightarrow (\sin a + \cos a)^2 = \frac{1}{9} \Rightarrow 2 \sin a \cos a = -\frac{8}{9}$ $\Rightarrow \sin 2a = 2 \sin a \cos a = -\frac{8}{9}$	3p 2p

SUBIECTUL al II-lea

30 puncte

1. a)	Determinantul sistemului $\Delta = 2(1 - m)$ Sistemul are soluție unică dacă $\Delta \neq 0$ $m \in \mathbb{R} - \{1\}$	3p 2p 2p
b)	Dacă $m = 1 \Rightarrow S_1 = \{(x, 1, 2 - x) x \in \mathbb{R}\}$ $\Rightarrow x^2 + y^2 + z^2 = 2x^2 - 4x + 5$	2p 2p

	Fie $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x^2 - 4x + 5$. Valoarea minimă a funcției f este $y_V = -\frac{\Delta}{4a}$. Deci $y_V = 3$.	3p
2. a)	$x \circ 1 = 1 \circ x = x, \forall x \in \mathbb{R}$ $\frac{1}{1007} \circ \frac{2}{1007} \circ \frac{3}{1007} \circ \dots \circ \frac{2018}{1007} = \left(\frac{1}{1007} \circ \dots \circ \frac{1006}{1007} \right) \circ \frac{1007}{1007} \circ \left(\frac{1008}{1007} \circ \dots \circ \frac{2018}{1007} \right) = 1$	3p 4p
b)	Elementul neutru este $\frac{4}{3}$ $x \circ x = \frac{4}{3} \Leftrightarrow 3(x-1)^2 + 1 = \frac{4}{3} \Leftrightarrow (x-1)^2 = \frac{1}{9}$ $x_1 = \frac{2}{3}, x_2 = \frac{4}{3}$	2p 4p 2p

SUBIECTUL al III-lea

30 puncte

1. a)	Aplicând succesiv teorema lui L'Hospital obținem $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f'(x)}{f(x)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x - x - 1}{e^x - \frac{1}{2}x^2 - x - 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x - 1}{e^x - x - 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{e^x - 1} = 1$	7p
b)	$f''(x) = e^x - 1 > 0, \forall x \in (0, +\infty) \Rightarrow f'$ strict crescătoare pe $(0, +\infty)$ $f'(0) = 0 \Rightarrow f'(x) > 0, \forall x \in (0, +\infty) \Rightarrow f$ strict crescătoare pe $(0, +\infty)$ $0 < 2\sqrt{3} < 3\sqrt{2} \Rightarrow f(2\sqrt{3}) < f(3\sqrt{2})$	3p 3p 2p
2. a)	$\int (x+1) f(x) \ln x dx = \int x^2 \ln x dx = \int \left(\frac{x^3}{3} \right)' \ln x dx =$ $= \frac{x^3 \ln x}{3} - \frac{1}{3} \int x^3 \cdot \frac{1}{x} dx = \frac{x^3 \ln x}{3} - \frac{x^3}{9} + C$	3p 4p
b)	$F(x) = \int \frac{x^2}{x+1} dx = \int \frac{x^2 - 1 + 1}{x+1} dx = \int (x-1) dx + \int \frac{1}{x+1} dx =$ $= \frac{x^2}{2} - x + \ln(x+1) + C$ $F(0) = 1 \Rightarrow C = 1 \Rightarrow F(x) = \frac{x^2}{2} - x + \ln(x+1) + 1$ $F(e-1) = \frac{(e-1)^2}{2} - e + 1 + \ln(e-1+1) + 1 = \frac{(e-1)^2}{2} - e + 3 = \frac{e^2 - 4e + 7}{2}$	2p 2p 2p 2p