



Examenul de bacalaureat național 2020 - simulare județeană

Proba E. c) M_{st}-nat

BAREM DE EVALUARE ȘI NOTARE

- ☐ Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- ☐ Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- ☐ Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare

Subiectul I

(30 puncte)

1.	$a = (0,25)^{-2} - \sqrt[3]{-125} - \log_3\left(\frac{1}{9}\right) = 16 + 5 + 2$	3p
	$a = 23 \in \square$.	2p
2.	$f \circ g: \square \rightarrow \square, (f \circ g)(x) = f(g(x)) = g(x) - 2 = x^2 - 1 - 2 = x^2 - 3$	3p
	$x^2 - 3 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = \pm\sqrt{3}$	1p
	Punctele de intersecție sunt $A(-\sqrt{3}, 0); B(\sqrt{3}, 0)$.	1p
3.	$9^x - 4 \cdot 3^x + 3 = 0 \Leftrightarrow 3^{2x} - 4 \cdot 3^x + 3 = 0$	1p
	$3^x = t > 0 \Rightarrow t^2 - 4t + 3 = 0$	2p
	$t_1 = 1 \Rightarrow 3^x = 1$, de unde $x = 0$	1p
	$t_2 = 3 \Rightarrow 3^x = 3$, de unde $x = 1$.	1p
4.	Se pot forma $C_6^3 = 20$ echipe de câte 3 biologi	1p
	Se pot forma $C_4^2 = 6$ echipe de câte 2 chimiști	1p
	Se pot forma echipe de câte 5 cercetători în număr de $C_6^3 \cdot C_4^2 = 120$ moduri.	3p
5.	Vectorii $\vec{u} = 3\vec{i} + 2\vec{j}$ și $\vec{v} = (m-2)\vec{i} - m\vec{j}$ sunt coliniari ddacă $\frac{m-2}{3} = \frac{-m}{2}$	3p
	adică $5m = 4$	1p
	Deci, $m = \frac{4}{5}$.	1p
6.	Din $\frac{BC}{\sin A} = 2R \Rightarrow BC = 2R \sin A$	3p
	se obține $BC = 10 \sin \frac{\pi}{4} = 5\sqrt{2}$.	2p

Subiectul II

(30 puncte)



1. a)	Calculează $A^2 = A \cdot A = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = O_2$	2p
	$A^n = O_2, \forall n \geq 2$	1p
	$A^3 - \sqrt{2} \cdot A^2 + \sqrt{3} \cdot A = \sqrt{3} \cdot A = \begin{pmatrix} 3 & \sqrt{3} \\ -3\sqrt{3} & -3 \end{pmatrix}.$	1p
	Se obține $Tr(A^3 - \sqrt{2} \cdot A^2 + \sqrt{3} \cdot A) = 0.$	1p
b)	Calculează $(I_2 - 3A)(I_2 + 3A) = I_2^2 - 9A^2$	3p
	Din b) avem $A^2 = O_2$, de unde $(I_2 - 3A)(I_2 + 3A) = I_2$ Deci, $I_2 - 3A$ este inversa matricei $I_2 + 3A$.	2p
b)	<i>Sau calculează $I_2 + 3A$ și determină $(I_2 + 3A)^{-1}$.</i>	5p
c)	Determină $A - xI_2 = \begin{pmatrix} \sqrt{3} - x & 1 \\ -3 & -\sqrt{3} - x \end{pmatrix}$	2p
	Calculează $\det(A - xI_2) = \begin{vmatrix} \sqrt{3} - x & 1 \\ -3 & -\sqrt{3} - x \end{vmatrix} = x^2$	2p
	Ecuția $\det(A - xI_2) = 9 \Leftrightarrow x^2 = 9$ are soluțiile $x_{1,2} = \pm 3$.	1p
2. a)	$\forall x, y \in G \Rightarrow x \circ y \in G$	1p
	$x \in G \Leftrightarrow x > 4 \Leftrightarrow x - 4 > 0$ și $y \in G \Leftrightarrow y > 4 \Leftrightarrow y - 4 > 0$	2p
	Înmulțind se obține $xy - 4x - 4y + 16 > 0$, se adună 4 și se obține $x \circ y > 4$	2p
b)	Asociativitate, Comutativitate	1p
	Element neutru: $\exists e \in G$ a.î. $x \circ e = e \circ x = x, \forall x \in G$. Se obține $e = 5 \in G$.	2p
	Elemente simetrizabile: $\forall x \in G, \exists x' \in G$ a.î. $x \circ x' = x' \circ x = 5$, se obține $x' = \frac{4x-15}{x-4} = 4 + \frac{1}{x-4} \in G, \forall x > 4$.	2p
c)	Injectivitate: $\forall x_1, x_2 \in (0, \infty), f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$, adică $x_1 + 4 = x_2 + 4 \Rightarrow x_1 = x_2$	1p
	Surjectivitate: $\forall y \in G, \exists x \in (0, \infty)$ a.î. $f(x) = y$, adică $x + 4 = y \Rightarrow x = y - 4 > 0$.	1p
	Funcția f este morfism. Din $f(x \cdot y) = xy + 4$ și $f(x) \circ f(y) = (x + 4) \circ (y + 4) = xy + 4$ se	3p



	obține $f(x \cdot y) = f(x) \circ f(y), \forall x, y \in (4, \infty)$.	
--	---	--

Subiectul III

(30 puncte)

1. a)	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 3}{e^x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x}{e^x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2}{e^x} = \frac{2}{\infty} = 0.$	3p
	Deci, $y = 0$ (axa Ox) este ecuația asimptotei orizontale spre $+\infty$.	2p
b)	Ecuția tangentei la graficul funcției în punctul cu abscisa x_0 este $y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$, unde $y_0 = f(x_0) = f(0) = -3$	2p
	$f'(x) = \left(\frac{x^2 - 3}{e^x} \right)' = \frac{-x^2 + 2x + 3}{e^x}, x \in \mathbb{R}$ și $f'(0) = 3$	2p
	Se obține ecuația tangentei $y + 3 = 3x \Leftrightarrow 3x - y - 3 = 0$.	1p
c)	$f'(x) = 0$, adică $-x^2 + 2x + 3 = 0$ cu soluțiile $x_1 = -1, x_2 = 3$	2p
	Din tabelul cu semnul derivatei I pentru monotonia funcției se obține că avem două puncte de extrem: $A(-1, -2e)$, punct minim absolut și $A\left(3, \frac{6}{e^3}\right)$, punct maxim local.	2p
	Deci, $f(x) \geq 2e > -6, \forall x \in \mathbb{R}$.	1p
2. a)	$G(x) = \int g(x) dx = \int \frac{f(x)}{x^3 + x} dx = \int \frac{(x^2 + 1) \ln x}{x(x^2 + 1)} dx =$	3p
	$= \int \frac{\ln x}{x} dx = \int \ln x (\ln x)' dx = \frac{1}{2} \ln^2 x + C.$	2p
b)	$\int_1^e (f(x) - \ln x) dx = \int_1^e ((x^2 + 1) \ln x - \ln x) dx = \int_1^e x^2 \ln x dx =$	2p
	$= \int_1^e \left(\frac{x^3}{3} \right)' \ln x dx = \frac{1}{3} x^3 \ln x \Big _1^e - \int_1^e \frac{x^3}{3} \cdot \frac{1}{x} dx = \frac{e^3}{3} - \frac{1}{3} \int_1^e x^2 dx =$	2p
	$\frac{e^3}{3} - \frac{x^3}{9} \Big _1^e = \frac{e^3}{3} - \frac{e^3}{9} + \frac{1}{9} = \frac{2e^3 + 1}{9}.$	1p
c)	Fie F o primitivă a funcției f . Atunci $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x^4} \int_0^x f(t) dt = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{F(x) - F(0)}{x^4} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{F'(x)}{4x^3}$	2p
	$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{4x^3} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x^2 + 1) \ln x}{4x^3} = \frac{1}{4} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 1}{x^2} \cdot \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{x}$	2p



	$= \frac{1}{4} \cdot 1 \cdot \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} = 0.$	1p
--	--	----